NÖHÜ Müh. Bilim. Derg. / NOHU J. Eng. Sci., 2023; 12(3), 935-949



Niğde Ömer Halisdemir Üni**ver**sitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi Niğde Ömer Halisdemir University Journal of Engineering Sciences

Araștırma makalesi / Research article

www.dergipark.org.tr/tr/pub/ngumuh / www.dergipark.org.tr/en/pub/ngumuh



# Esnek cisim dinamik simülasyonu kullanarak bir mekanik jiroskop volan tasarımının optimizasyonu

A design optimization of the mechanical gyroscope flywheel using flexible dynamics simulation

# Mehmet Ali Eroğlu<sup>1,\*</sup> 跑, Mehmet Kürşat Yalçın<sup>2</sup>跑, İlyas Kacar<sup>3</sup>🕩

<sup>1</sup> Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Niğde Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu, 51240, Niğde Türkiye <sup>2,3</sup> Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Mekatronik Mühendisliği Bölümü, 51240, Niğde, Türkiye

# Özet

Mekanik jiroskoplar tork üretebilme yetenekleri, hızlı dinamik yanıtları, yüksek verimlilikleri ve kontrol doğrusallıkları sebebiyle dengeleme ve yönlendirme amaçlı olarak kullanılan eyleyicilerdendir. Mekanik tasarımları için analitik yöntemler mevcut olup bunun yanı sıra simülasyonlar sayesinde optimizasyon yapılabilmektedir. Bu çalışmada, esnek cisim dinamik simülasyonu ve optimizasyon yöntemi kullanılarak, bir mekanik jiroskopun tasarımına esas olan boyutların ve dönme hızının optimum değerleri tespit edilmiştir. Ana yapısal parametrelerin, titreşim frekansı üzerindeki etkileri de tespit edilmiştir. Jiroskop, bir volana sahip olup kendi ağırlığı sayesinde tork üretmektedir. Klasik (Newtonian) mekanik prensipleri takip edilmiştir. Neticede uygun jiroskop boyutları ve dönme hızı belirlenmiştir. Optimizasyonun verdiği cevap fonksiyonu sayesinde ayrıca parametreler arasındaki ilişkiler de tespit edilmiştir. Başlangıçta disk kalınlığı 10 mm, yarıçapı 100 mm, rotor çapı 20 mm, uzunluğu 115 mm iken optimum rotor uzunluğu 30mm, rotor yarıçapı 30 mm olup disk varıcapın 265 mm, kalınlığı 12 mm ve isletme hızı 400 rad/s olmaktadır. Optimum değerler sayesinde nütasyonun, kütlenin, enerji sarfiyatının en az olması, torkun en fazla olması böylece bir milyon çevrim sayısının üzerinde ömre sahip olması temin edilmiştir.

Anahtar kelimeler: Denge, Esnek dinamik, Jiroskop, Tasarım, Optimizasyon

#### 1 Giriş

Kontrol moment jiroskopları (CMG, Control Momentum günümüzde üretebilme Gyroscope) geniş tork karakteristikleri, hızlı dinamik yanıtları, yüksek verimlilikleri ve kontrol doğrusallıkları [1] sebebiyle uzay sistemleri [2, 3], su altı robotik uygulamaları [4], tek tekerlekli robot sistemleri [5], füze dengeleme sistemleri [6] vb. birçok alanda anahtar aktüator olarak kullanılmaktadırlar [7]. CMG'ler temelde dört kısımdan oluşurlar; volan (yüksek hızlarda sürekli dönme yeteneğine sahip), jiroskop odası (volanı destekleyen), tahrik motoru (volanın ve jiroskop odasının eksenel açısını değiştirmede kullanılan) ve tahrik sistemini de içine alan dış gövde. Dış gövde bir taraftan jiroskop odasını desteklerken diğer bir taraftan da jiroskop

#### Abstract

Mechanical gyroscopes are actuators used for balancing and steering purposes due to their ability to generate torque, fast dynamic responses, high efficiency and control linearity. Analytical methods are available for their mechanical designs. Also optimization can be made thanks to simulations. In this study, the optima of the dimension and rotational speed, which are the basis for the design of a mechanical gyroscope, were determined by using the flexible body dynamic simulation and optimization method. The effects of the main structural parameters on the vibration frequency were also determined. The gyroscope has a flywheel and produces torque owing to its own weight. Classical (Newtonian) mechanics principles were followed. As a result, suitable gyroscope dimension and rotational velocity were determined. Thanks to the response function of the optimization, the relationships between the parameters were also determined. Initially, the disc thickness is 10 mm, the radius is 100 mm, the rotor diameter is 20 mm, and the length is 115 mm, while the optimum rotor length is 30 mm, the rotor radius is 30 mm, the disc radius is 265 mm, the thickness is 12 mm, and the operating speed is 400 rad/s. By using the optima, it has been ensured that the nutation, mass, energy consumption are minimized, the torque is maximized, thus it has a service life of more than one million cycle.

**Keywords:** Balance, Flexible dynamics, Gyroscope, Design, Optimization

odasının dönmesini temin ederek istenilen yönde jiroskopik momentum oluşturulmasını sağlamaktadır. Ancak bu işlem esnasında volanın sürekli dönmesi nedeniyle, uzun süreli kullanımlarda yüksek enerji tüketimine yol açmaktadır [8]. Enerji tüketimini azaltmak ve yüksek torklar elde edebilmek amacıyla CMG'lerin tasarım ve geliştirme süreçleri sürekli olarak devam etmektedir. Jiroskop odasını dış gövdeye sabitlemekte kullanılan mekanik rulmanlar manyetik yataklar ile değiştirilerek sürtünme kayıpları minimize edilmiş, ısınma sorunları aşılmış ve yağlama ihtiyacı ortadan kalkmıştır [9, 10].

CMG'lerin en az enerji sarfiyatı ile en yüksek tork elde edebilmeleri için diğer bir yöntem de mekanik sistemin boyutlarının en uygun seçilmesidir. İdeal boyutlandırmanın

<sup>\*</sup> Sorumlu yazar / Corresponding author, e-posta / e-mail: mehmetalieroglu@gmail.com (M.A. Eroglu) Geliş / Recieved: 25.01.2023 Kabul / Accepted: 16.05.2021-3 Yayımlanma / Published: 15.07.2023 doi: 10.28948/ngumuh.1241183

yapılmasının yollarından biri tasarımda optimizasyon yöntemleri kullanmaktır. Optimizasyon esnasında, bir tasarımcının en sık kullandığı araçlarından biri de simülasyonlar olup, belli şartlar altında, incelenen olayın çoklu fizik sonuçlarını görebilmede, güvenilir sonuçlar elde etmesine olanak sağlamaktadır. Bir uzay aracının güç ve tutum kontrolü görevi için değişken hız kontrolü mekanik jiroskopların kullanıldığı, bu araçların yönlendirilmesinde karşılaşılan tekillik sorununun optimizasyon sayesinde çözülebildiği bildirilmiştir. Parametre tasarımında istenen yönlendirmenin elde edilebilmesi kısıtıyla, minimum sistem gücü ve maksimum volan momentumu elde edilmesi amaçlanmıştır. Böylece çok amaçlı model ile doğrusal olmayan optimizasyon problemi çözülerek minimum volan gücü ile yönlendirme elde edilebilmiştir [11].

İiroskoplarda titreşim dikkat edilmesi gereken diğer önemli bir husus olduğundan dolayı modal analiz yapılmasının gerekliliği ifade edilmiştir [12]. Çünkü doğal frekanslar jiroskopun kararlılığını etkileyebilmektedir. Özellikle de ince bir mile bağlı nispeten çok büyük bir diskin dönmesi esnasında milin eğilme modunun yanı sıra, mil ve disk arasındaki bağıl hareket, sallanma modu olarak adlandırılan tehlikeli bir mod haline gelmektedir. Bu modun frekansı, eğilme modunun frekansından daha düşük olabilmektedir. Bu nedenle, rotor tasarımında dikkate alınmalı, rezonans oluşmaması için doğal frekanslar anma dönüş hızından uzakta olacak şekilde tasarlanmaktadır. Zira rezonans meydana gelirse, yatakların kontrolü zorlasmaktadır. Ayrıca, jiroskop odasının acısal hareketlerini sağlayan düsük hızlı servo motorlar yerine stator titreșimlerini ters piezo etki ile minimize etmeyi başaran ses üstü motorların (USM, ultra sonic motor) kullanılması enerji tüketimini önemli ölçüde azaltmıştır [13]. Cisimlerin herhangi bir zorlanma durumunda vereceği dinamik tepkiyi belirlemek için, öncesinde, yapının doğal titreşim frekansları tespit edilmektedir. Tasarım esnasında bu frekanslardan kaçınabilmek için bunları doğru hesaplamak önemlidir. Ayrıca kontrolün basitleştirilmesi için volanın rijit bir cisim olarak tasarlanabildiği görülmüstür [12]. Bu kabul elastik volanın düşük mertebeli frekansının, volanın nominal dönme hızından daha büyük olduğu durumlarda geçerlidir. Böylece disk şekilli CMG'lerde milin elastik mod şekillerine odaklanmak mümkündür.

Açık literatürde, simülasyon kullanarak CMG dinamiklerinin elde edildiği bazı çalışmalar olmakla birlikte, yazarların bildiği kadarıyla; bir CMG tasarımında, dinamik davranışın simülasyon ile elde edilmesi ve optimizasyon vöntemi kullanılması konusunda herhangi bir çalısma mevcut değildir. Bu çalışmada, ağırlık torkunu dengeleme esası ile çalışan, bir volanlı mekanik jiroskopun hareketine ilişkin dinamik cevaplar, klasik (Newtonian) mekaniği esaslı olarak, esnek cisim simülasyonu ile elde edilmiş ve en uygun geometrik ve kinematik parametrelerin belirlenmesi için optimizasyon yöntemi kullanılmıştır. Yapının modal frekansları, gerilme, yorulma, jiroskopik moment değerleri tasarım kriteri olarak incelenmiştir. Bu yöntem aracılığıyla, ana yapısal parametrelerin titreşim modunun frekansı üzerindeki etkileri analiz edilmiştir. Neticede uygun boyutların belirlenebilmesinin yanı sıra parametreler

arasındaki ilişkiler de tespit edilmiştir. Bu çalışmada Bölüm 2'de analizin detayları hakkında bilgi verilmiştir. Üçüncü bölüm esnek cisim dinamik simülasyon, dördüncü bölüm optimizasyon, beşinci bölüm ise bulgular ve tartışma içermektedir. Altıncı ve son bölümde bu çalışmadan elde edilen çıkarımlar verilmiştir.

# 2 Teori

# 2.1 Jiroskopik tork

Bu çalışmada ele alınan CMG'nin serbest cisim diyagramı Şekil 1'de görülmektedir. Burada nütasyon olarak adlandırılan  $\emptyset$  kincil Eueler açısının 90° olduğu bir CMG kullanılmıştır. Bu konfigürasyon, dengeleme amaçlı kullanılan CMG'lerin montajında sıklıkla kullanılan konfigürasyonlardan biridir.  $\vec{\Omega}$  sabit,  $\vec{\omega}$  sabit ve  $\emptyset$ 'nin sabit olduğu özel durum; "kararlı durum (sabit) presesyonu" olarak adlandırılmakta olup bu durumda oluşacak jiroskopik tork Denklem (1) ile hesaplanmaktadır [14]. Denklemin sağ tarafı jiroskopik torku verirken sol taraf ise ona sebep olan ağırlık torkuna karşılık gelmeketdir. Denge halinde ikisi birbirine eşit olmalıdır.

$$r * m * g = \Omega J \omega \tag{1}$$

Burada J terimi CMG'nin harekete katkısı olan tüm parçalarının kütlesel atalet momenti,  $\vec{\Omega}$  yalpalamayı,  $\vec{\omega}$ terimi ise CMG diskinin ana eksen etrafındaki dönme hızını simgelerken, r ağırlık merkezi ile moment noktası arasındaki mesafeyi, m terimi CMG'nin harekete katkısı olan tüm parçalarının kütlesini, g yerçekimi ivmesini ve  $\vec{L}$  açısal momentu temsil etmektedir.

#### 2.2 Modal analiz

Dönme hareketi yapan çok serbestlik dereceli bir yapı için hareketin genel dinamik denklemi Denklem (2)'de verilmiştir.

$$[j]\{\dot{\theta}\} + [d]\{\dot{\theta}\} + [k]\{\theta\} = \{M(t)\}$$
(2)

Burada [j] atalet matrisi, [d] sönüm matrisi, [k] rijitlik matrisi,  $\{\theta\}$  dönme vektörü,  $\{\dot{\theta}\}$  açısal hız vektörü,  $\{\ddot{\theta}\}$  açısal ivme vektörü, M(t) ise dış yüktür. Bir yapının dinamik davranışı, eşdeğer mekanik modele dayalı olarak oluşturulur. Bu nedenle; mil ve volandan oluşan CMG'nin titreşim karakteristiğini hesaplamak üzere mekanik eşdeğeri olarak; Şekil 2'de gösterildiği gibi, birbirlerine yay ve sönümleme elemanları ile temas etmekte olan iki adet farklı çap ve kalınlıkta mil ve volan çizilmiştir. Volan, milin ucundadır.

Bu durumda eşdeğer sistemin ana parametreleri, volanın dış çapı ve kalınlığı ile milin dış çapı ve uzunluğudur. Eğer sistemin modal analizinde, disk ve milin yer değiştirmeleri, disk ve milin birleştiği yer dışında doğrusalsa, disk ve mil rijit durumda kabul edilebileceği bildirilmiştir [12]. Bu kabul, volan çapı veya şaftın uzunluğu daha büyük olduğunda daha gerçeğe yakındır. Bu durumlarda bir CMG, yaylı sönümleme sistemi ile bağlanan rijit disk ve rijit şaft ile eşdeğer olabilecektir.



Şekil 1. İncelenen CMG'nin serbest cisim diyagramı



Şekil 2. Bir CMG'nin mekanik modeli

Tasarım için Şekil 2'de gösterilen disk mekanik model esas alınmıştır. Bu durumda sistemin modal frekansları Denklem (3) ile hesaplanmaktadır [12].

$$\omega = \pm \sqrt{\frac{k_{\rm k}}{J_{\rm 1d}} + \frac{k_{\rm k}}{J_{\rm 2d}}} \tag{3}$$

Burada  $k_k$  mil volan bağlantısının yay katsayısı,  $J_{1d}$  milin  $x_d$  doğrultusundaki kütlesel atalet momenti  $J_{2d}$  ise volanın  $x_d$  doğrultusundaki kütlesel atalet momentidir.

# 3 Esnek cisim dinamik simülasyonu

Simülasyonlar, Ansys© yazılımı kullanılarak [15] iki adımda ve toplam 2 saniye süreyi kapsayacak şekilde

gerçekleştirilmiştir. Minimum zaman adımı 1.e-8 s ve maksimum zaman adımı 1.e-3 saniyedir. Kullanılan malzeme yapısal çelik olup, özellikleri Tablo 1'de verilmiştir. Her bir simülasyon, 3.40 GHz quad core CPU, 8 GB RAM özellikli bir bilgisayar ile 199.17 s sürmüştür.

Fablo 1. Malzemenii	n fiziksel	ve mekanik	özellikleri
---------------------	------------	------------	-------------

Özellikler	Değer
Yoğunluk (kg/m³)	7850
Sönüm katsayısı	1e-4
Çekmedeki akma mukavemeti (MPa)	250
Basmadaki akma mukavemeti (MPa)	250
Çekmedeki maksimum mukavemet (MPa)	460
Basmadaki maksimum mukavemet (MPa)	460

Başlangıçta volan kalınlığı 10 mm, yarıçapı 100 mm, milin çapı 20 mm, uzunluğu 115 mm ve dönme hızı,  $\omega = 3.7$ rad/s olarak alınmıştır. Gerilme, deformasyon çözümleri elde edebilmek için geometri eleman ağına bölünmüştür. Eleman olarak şekil fonksiyonu lineer olan üç boyutlu tetrahedron elemanlar kullanılmıştır. Şekil 3'te CMG'nin geometrisi ve sonlu eleman modeli verilmiştir.



Şekil. 3. CMG'nin (a) katı modeli ve (b) sonlu eleman modeli

### 4 Optimizasyon

Tasarımda optimize edilen ana parametreler; volanın dış çapı ve kalınlığı ile milin dış çapı ve uzunluğudur. Optimizasyonda kullanılan değişkenler ve değerleri Tablo 2'de verilmiştir. Giriş değişkenleri için alt ve üst sınır verilmiştir. Çıkış değişkenlerinin değerleri ise hesaplama sonucunda bulunacak değişkenlerdir. Deney tasarım noktası olarak, Latin hiperküp örnekleme tasarımı [16-18] yöntemi kullanılarak, giriş değişkenlerinin alt-üst sınırları arasında, iki yüz adet tasarım noktası (DOE) oluşturulmuştur. Bir nokta haricinde tüm noktalarda hesaplamalar gerçekleştirilmiştir. Toplam hesaplama süresinin 663.9 dakika tuttuğu tespit edilmiştir.

Tablo 2. Optimizasyon değişkenleri

Giriş Değişkenleri	Alt sınır	Üst sınır		
Mil uzunluğu <i>r</i> (mm)	1	50		
Mil yarıçapı (mm)	1	50		
Volan yarıçapı (mm)	1	500		
Volan kalınlığı (mm)	1	50		
Açısal hız, $\omega$ (rad/s)	0	1000		
Çıkış Değişkenleri				
Kinetik Enerji (mJ)				
İç enerji (mJ)				
Moment $(kgm^2/s^2)$				
Nütasyon (°)				
Kütle (kg)				
Hacim (mm <sup>3</sup> )				
Toplam deformasyon (mm)				
Momentum $ L $ (kgm <sup>2</sup> /s)				
Atalet momenti (kgm <sup>2</sup> )				
Gerilme (Pa)				
Yorulma ömrü (çevrim)				
Yorulma E.K.				
Statik EK				
Modal frekanslar (Hz)				
Ağırlık (N)				
CMG torku (Nm)				
Hesaplama süresi (sn)				

Optimizasyonda uygulanan amaç fonksiyonları ve kısıtlar ise Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. Optimizasyon amaç ve kısıtları

Daramatra		Amaç			Kı	sıt	
Falamette	Tür	Hedef	Tolerans	Tür	Alt	Üst	Tolerans
Minimum statik emniyet katsayısı	Hedef bul	1.2	0.001	Değerler >= alt sınır	1.2		0.1
Minimum yorulma emniyet katsayısı	Hedef bul	1.2	0.001	Değerler >= alt sınır	1.2	1.8	0.1
Kütle	Minimize			Kısıt yok			
Maksimum gerilme	Hedef bul	0	0.001	Kısıt yok			
Minimum yorulma ömrü	Maksimize			Kısıt yok			
Maksimum nütasyon	Hedef bul	0	0.001	Kısıt yok			
Modal frekans	Maksimize			Kısıt yok			
Dönme hızı	Hedef bul	0	0.001	Kısıt yok			

Yapının emniyet katsayısının 1,2'den büyük olması amaçlanırken aynı zamanda da 1,8'in üstüne çıkması kısıtlanarak, hantal bir tasarımın önüne geçilmek amaçlanmıştır. Hacmin minimize edilmesi sayesinde düşük kütleli bir yapı amaçlanmıştır. Her iki amaç sayesinde CMG'nin mobil bir cihaz üzerinde kullanılması halinde enerji sarfiyatı az olacaktır. Gerilmenin çekme durumunda pozitif, basma durumunda ise negatif işarete sahip olacağı bilindiği için, gerilme ile ilgili bir amaç tanımlanırken işaret farkını bertaraf etmek amacıyla sıfır değeri hedeflenmiştir. Böylece yapıdaki hem basma hem cekme hem kayma her türlü gerilmenin mutlak değerlerinin minimize edilmesi sağlanmaktadır. Nütasyonun sıfıra yakın olması istenmiştir. Böylece kararlı bir CMG elde edilmesi hedeflenmistir. Optimizasyon işlemi, simülasyon için kullanılan yazılımın, optimizasyon modülü kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Cevap fonksiyonunun elde edilmesinde genetik toplanma [19, 20] yöntemi kullanılırken, optimum değerlerin tespitinde çok amaçlı genetik algoritma [21-23] yöntemi kullanılmıştır.

#### 5 Bulgular ve tartışma

#### 5.1 Doğrulama

Gerilme ve şekil değiştirme hesaplanması için cisimler esnek olarak tanımlanmıştır. Bu durumda cisim eleman ağına bölünmüştür. Eleman sayısının yeterli olup olmadığının tespiti için öncelikle "eleman ağından bağımsızlık" analizi yapılmış ve Tablo 4'te verilmiştir. Gerilme ve hesaplama süreleri değerlendirilmiştir. 1639 ve daha fazla eleman halinde hesaplanan sonuçlar arasındaki fark %5 civarındadır. Ancak hesaplama süresinin %42 arttığı görülmektedir. Bu nedenle hesaplamalarda eleman sayısının 1639 olduğu durum kullanılmıştır. Bu halde en düşük eleman kalitesinin 0.64 olduğu gözlemlenmiştir. Bu da en az 0.2 değerinden daha yüksektir [24].

Dönme varken ve yokken, hareketin rotası simülasyonlardan Şekil 4'teki gibi elde edilmiştir. Dönme yokken, yerçekimi etkisi ile disk, beklendiği gibi sarkaç salınımı hareketi yapmaktadır.

Tablo 4. Eleman ağından bağımsızlık analizi

Eleman sayısı	Maksimum gerilme (MPa)	Hesaplama süresi
1014	7.3939	14 m 41 s
1639	7.9737	18 m 59 s
2253	7.9279	27 m 3 s



Şekil 4. Dönme (a) yokken (b) varken hareketin rotası



Şekil 5. Simülasyonla hesaplanan kinetik enerji

Denklem (1)'deki değişkenlerin sayısal değerleri, Tablo 2 kullanılarak yazıldığında, enerji sonucu  $T_{gyroscope} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} * 0.99101 * 3.7^2 = 6.78 J$  olarak elde edilmiştir. Simülasyondan elde edilen enerji sonucu ise Şekil 5'te

Simülasyondan elde edilen enerji sonucu ise Şekil 5'te verilmiştir. Aradaki %0.04'lük farkın sebebinin; nütasyonun sebep olduğu salınımlar olabileceği düşünülmektedir.

#### 5.2 Parametreler arasındaki ilişkiler

Pearson korelasyon matrisi, ön araştırma için pratik bir yoldur. Değişkenlerin karşılıklı bağımlılığını ve sonuç üzerindeki etkilerini verir. Böylece tüm sistemdeki detaylar daha net anlaşılabilir. CMG tasarımındaki parametrelerin birbirleri ile olan ilişkileri Tablo 5'te verilmiştir. Değişkenlerin, cevap fonksiyonundan gelen değerleri değerlendirilmiştir. Cevap eğrisi; değişkenlere ait, yüz doksan dokuz adet nokta için elde edilmiş olan değerlerin, üzerinden geçen matematiksel fonksiyonun interpolasyonla tespit edilerek çizdirilen eğridir. Böylece herhangi bir girdi verisi bu fonksiyona girilerek, çıktılar tahmin edilmiş olmaktadır. Matristeki değerler -1 ve 1 aralığındadır. 1 değeri çok kuvvetli doğrusal ilişkiye işaret ederken -1 değeri ise çok kuvvetli ters ilişkiye işaret etmektedir. 0 ise ilişki olmadığı anlamına gelmektedir.

Bu tablodaki parametreler: P76 – disk yarıçapı, P78 - mil yarıçapı, P86 - dönme hızı, P98 - mil uzunluğu, P100 - disk kalınlığı, P50 - nutasyon, P64 - kinetik enerji, P73 - toplam deformasyon (mm), P84 - kütle, P91 - momentum, P92 kütlesel atalet momenti, P93 - gerilme, P94 - yorulma ömrü, P95 - yorulma emniyet katsayısı, P96 - çözüm süresi, P97 statik emniyet katsayısı, P104 - modal 1. frekans, P105 modal 2. frekans, P106 - modal 3. frekans, P107 - modal 4. frekans, P108 - modal 5. frekans, P109 - modal 6. frekans, P110 - modal 7. frekans, P111 - modal 8. frekans, P112 modal 9. frekans, P115 – ağırlık ve P116 – momenttir.

CMG momentinin disk yarıçapı ile kuvvetli bir doğrusal ilişkiye sahip olduğu görülmektedir. Bunun nedeninin yarıçapı artan diskin kütlesinin artması, beraberinde ağırlığının artması ve neticede de momentin artmasıdır. Mildeki yarıçap artışının ufak olması ve neticede kütle, moment artımının da ufak olması dolayısıyla CMG momentinin mil yarıçapı ile zayıf bir doğrusal ilişkiye sahip olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca, milin diski döndürecek torku iletmesi amaçlandığından kütlesindeki artış minimumda tutulmuş ve CMG momentine olan etkisi azalmıştır. Böylelikle CMG momentinin moment kolu ile orta düzeyde bir doğrusal ilişkiye sahip olduğu gözlemlenmiştir. Bununla birlikte momentin artması sonucu cisimdeki gerilme ve dolayısıyla iç enerji olarak depolanan enerjinin artmasından kaynaklı CMG momentinin, iç enerji ile kuvvetli bir doğrusal ilişkiye sahip olduğu anlaşılmıştır.

Aynı zamanda kinetik enerjinin artmasında volanın dönme hızının artması önemli rol oynamaktadır ve bu da CMG momentinin kinetik enerji ile kuvvetli bir doğrusal ilişkiye sahip olduğunu göstermektedir. Artan dönme hızı, volanın momentumunu, artan momentum da volanın taşıyabileceği moment miktarını artırmaktadır. Dolayısıyla CMG momentinin kütle ile çok kuvvetli bir doğrusal ilişkiye sahip olduğu görülmüştür. Hacmi artan bir cismin kütlesinin atması ve neticede de ağırlık ve momentin artmasına dolayısıyla da CMG momentinin hacim ile çok kuvvetli bir doğrusal ilişkiye sahip olmasına yol açmaktadır. Fakat kütlesi artan cismin artan ağırlık momenti neticesinde yapı içerisindeki gerilme ve deformasyonun artmasından ötürü CMG momentinin deformasyon ile zayıf da olsa bir doğrusal ilişkiye sahip olduğu tespit edilmiştir. Kütlesel atalet momentinin artması kütlenin arttığı anlamına gelir. Bu da momentumu artırarak CMG momenti ile momentum arasında kuvvetli bir doğrusal ilişkiye işaret eder. Aynı şekilde kütle artmasıyla birlikte yerçekimi nedeni ile yapının kendi ağırlığının artması ve cisimde yüksek gerilmelere neden olması, CMG momenti ile gerilme arasında kuvvetli bir doğrusal ilişki olduğunu göstermektedir. Lâkin CMG momentinin bütün doğal frekanslarla ters bir iliski icerisinde olduğu ve hatta bu ilişkinin yüksek frekanslarda daha da arttığı gözlemlenmiştir ki bunun nedeninin yapının daha da rijitleşmesi ile ilişkili olduğu düşünülmektedir. Zira artan moment ile birlikte jiroskopun üreteceği torkun da artması için daha yüksek hızda dönmesi, yapıyı daha kararlı hale getirmiştir. CMG momentinin ağırlık ile yüksek ilişkisi gözükmekte olup sebebi de moment için gereken ağırlığın artırmış olmasıdır.

#### 5.3 Tasarım eğrileri

Pearson matrisi her ne kadar bir ön inceleme için fikir veriyor olsa da, bir tasarımcı için, tasarım eğrilerini kullanmak genel bir pratiktir. Bu nedenle değişkenlerin birbirleri ile olan ilişkileri, cevap fonksiyonu sayesinde elde

Tablo 5. Pearson korelasyon matrisi

<b></b>	1	I			D10		I	T				I	I	I		I	D10	D10	D10	D10	D10	D10	D11	D11	D11	D11	D11	1
	P76	P78	P86	P98	P10	P50	P64	P73	P84	P91	P92	P93	P94	P95	P96	P97	P10	P10	P10	P10 7	P10	P10	PII	P11 1	2	P11 5	PII	
		_			0	_											-	-	-	-	-	-	-	1	2	5	0	
P76	1.00	0.01	0.06	0.01	0.00	0.60	0.80	0.07	0.87	0.94	0.96	0.88	0.00	0.00	0.28	0.00	0.09	0.17	0.11	0.17	0.14	0.70	0.47	0.91	0.91	0.87	0.77	1.00
D78	-	1.00	-	0.02	-	0.20	0.13	0.26	0.20	-	-	-	0.00	0.00	-	0.00	-	0.16	0.06	0.03	0.02	0.66	0.50	0.05	0.05	0.20	0.18	0.04
170	0.01	1.00	0.02	0.02	0.02	0.20	0.15	0.20	0.20	0.02	0.01	0.08	0.00	0.00	0.36	0.00	0.17	0.10	0.00	0.05	0.02	0.00	0.59	0.05	0.05	0.20	0.10	0.94
P86	0.06	-	1.00	0.02	0.02	0.10	0.10	0.20	0.05	0.30	0.06	0.49	0.00	0.00	0.10	0.00	0.04	-	0.02	0.01	0.01	-	-	-	-	0.05	0.04	0.82
		0.02																0.02				0.05	0.04	0.05	0.05			
P98	0.01	0.02	0.02	1.00	0.05	0.39	0.19	0.22	0.12	0.02	0.01	0.01	0.00	0.00	0.16	0.00	0.09	0.01	0.17	0.01	0.07	0.23	0.65	0.01	0.01	0.12	0.09	0.70
P10	0.00	-	0.02	-	1.00	0.00	0.00	0.04	-	0.02	0.01	0.02	0.00	0.00	0.07	0.00	-	0.02	0.04	-	-	-	0.01	0.01	0.01	-	0.00	0.50
0	0.00	0.02	0.02	0.05	1.00	0.00	0.00	0.04	0.01	0.02	0.01	0.02	0.00	0.00	0.07	0.00	0.08	0.05	0.04	0.09	0.04	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.00	0.58
P50	-	0.20	0.10	0.39	0.00	1.00	-	0.54	-	-	-	-	0.00	0.00	0.32	0.00	0.09	0.13	0.17	0.21	0.24	0.42	0.13	0.67	0.67	-	-	0.34
	0.60						0.09		0.32	0.40	0.50	0.40														0.32	0.28	
P64	0.80	0.13	0.10	0.19	0.00	0.09	1.00	0.39	0.96	0.88	0.90	0.70	0.00	0.00	0.49	0.00	0.09	0.11	0.02	0.12	0.10	0.57	0.42	0.52	0.53	0.96	0.85	0.28
D72	0.07	0.26	0.20	-	0.04	0.54	0.20	1.00	0.10	0.16	0.12	0.16	0.00	0.00	0.59	0.00	0.00	0.02	0.00	0.16	0.10	0.15	0.26	0.06	0.06	0.10	0.10	0.10
P75	0.07	0.20	0.20	0.22	0.04	0.54	0.39	1.00	0.19	0.10	0.15	0.10	0.00	0.00	0.58	0.00	0.00	0.02	0.00	0.10	0.19	0.15	0.20	0.00	0.00	0.19	0.19	0.10
P84	0.87	0.20	0.05	0.12	-	-	0.96	0.19	1.00	0.92	0.95	0.73	0.00	0.00	0.28	0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	0.88	0.04
					0.01	0.32											0.14	0.12	0.04	0.17	0.17	0.54	0.30	0.61	0.61			
P91	0.94	0.02	0.30	0.02	0.02	0.46	0.88	0.16	0.92	1.00	0.97	0.92	0.00	0.00	0.33	0.00	0.10	0.16	0.10	0.17	0.16	0.68	0.45	0.76	0.76	0.92	0.81	0.02
D02	0.06	-	0.06	0.01	0.01	-	0.00	0.12	0.05	0.07	1.00	0.82	0.00	0.00	0.22	0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.05	0.84	-
P92	0.90	0.01	0.00	0.01	0.01	0.50	0.90	0.15	0.95	0.97	1.00	0.85	0.00	0.00	0.52	0.00	0.11	0.16	0.10	0.18	0.17	0.70	0.46	0.77	0.78	0.95	0.84	0.08
P93	0.88	-	0.49	0.01	0.02	-	0.70	0.16	0.73	0.92	0.83	1.00	0.00	0.00	0.32	0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.73	0.65	-
		0.08				0.40											0.05	0.17	0.12	0.11	0.11	0.05	0.45	0.82	0.82			0.14
P94	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20
D05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-
F 95	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.26
P96	0.28	-	0.10	0.16	0.07	0.32	0.49	0.58	0.28	0.33	0.32	0.32	0.00	0.00	1.00	0.00	0.08	-	0.06	0.09	0.15	-	-	-	-	0.28	0.24	-
		0.30																0.16				0.51	0.47	0.19	0.19			0.32
P97	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.38
P10	-	-	0.04	0.00	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	0.00	0.00	0.08	0.00	1.00	-	0.06	-	0.26	-	-	0.04	0.04	-	-	-
4	0.09	0.17	0.04	0.09	0.08	0.09	0.09	0.00	0.14	0.10	0.11	0.05	0.00	0.00	0.08	0.00	1.00	0.29	0.00	0.13	0.20	0.07	0.13	0.04	0.04	0.14	0.10	0.56
P10	-	0.16	-	0.01	0.03	0.13	-	0.02	-	-	-	-	0.00	0.00	-	0.00	-	1.00	-	0.04	0.08	0.23	0.18	0.18	0.18	-	-	-
P10	0.17		0.02				0.11		0.12	0.10	0.10	0.17			0.10		0.29		0.24				_			0.12	0.12	-
6	0.11	0.06	0.02	0.17	0.04	0.17	0.02	0.00	0.04	0.10	0.10	0.12	0.00	0.00	0.06	0.00	0.06	0.24	1.00	0.03	0.07	0.05	0.04	0.12	0.12	0.04	0.00	0.68
P10	-	0.03	0.01	-	-	0.21	-	0.16	-	-	-	-	0.00	0.00	0.09	0.00	-	0.04	0.03	1.00	-	0.16	0.12	0.12	0.12	-	-	-
7	0.17	0.05	0.01	0.01	0.09	0.21	0.12	0.10	0.17	0.17	0.18	0.11	0.00	0.00	0.07	0.00	0.13	0.04	0.05	1.00	0.05	0.10	0.12	0.12	0.12	0.17	0.12	0.74
P10	-	0.02	0.01	0.07	-	0.24	-	0.19	- 0.17	-	-	-	0.00	0.00	0.15	0.00	0.26	0.08	0.07	-	1.00	0.11	0.03	0.07	0.07	- 0.17	-	-
P10	-		_	_	-		-		-	-	-	-			-		-			0.05						-	-	- 0.80
9	0.70	0.66	0.05	0.23	0.01	0.42	0.57	0.15	0.54	0.68	0.70	0.65	0.00	0.00	0.51	0.00	0.07	0.23	0.05	0.16	0.11	1.00	0.88	0.63	0.63	0.54	0.48	0.86
P11	-	0.59	-	-	0.01	0.13	-	0.26	-	-	-	-	0.00	0.00	-	0.00	-	0.18	-	0.12	0.03	0.88	1.00	0.45	0.46	-	-	-
0	0.47	0.57	0.04	0.65	0.01	0.15	0.42	0.20	0.36	0.45	0.46	0.45	0.00	0.00	0.47	0.00	0.13	0.10	0.04	0.12	0.05	0.00	1.00	0.45	0.40	0.36	0.31	0.92
P11	-	0.05	-	-	0.01	0.67	-	0.06	-	-	-	-	0.00	0.00	-	0.00	0.04	0.18	0.12	0.12	0.07	0.63	0.45	1.00	1.00	-	-	-
P11	-0.91		-	-											-												-	0.98
2	0.91	0.05	0.05	0.01	0.01	0.67	0.53	0.06	0.61	0.76	0.78	0.82	0.00	0.00	0.19	0.00	0.04	0.18	0.12	0.12	0.07	0.63	0.46	1.00	1.00	0.61	0.55	1.00
P11	0.87	0.20	0.05	0.12	-	-	0.96	0.19	1.00	0.92	0.95	0.73	0.00	0.00	0.28	0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	0.88	
5		5.25	5.05	5.12	0.01	0.32	0.20						0.00	0.00	5.20	0.00	0.14	0.12	0.04	0.17	0.17	0.54	0.36	0.61	0.61			
P11 6	0.77	0.18	0.04	0.09	0.00	- 0.28	0.85	0.19	0.88	0.81	0.84	0.65	0.00	0.00	0.24	0.00	- 0.10	- 0.12	0.00	- 0.12	- 0.24	- 0.48	- 0.31	- 0.55	- 0.55	0.88	1.00	
						0.20											0.10	0.12		0.12	0.24	0.40	0.51	0.55	0.55			

edilmektedir. Tahmin yeteneği iyi bir cevap fonksiyonundan elde edilen çıktılar ile DOE noktalarından elde edilen değerlerin birbirlerine mümkün olduğunca eşit olması beklenmektedir. Bu ilişki Şekil 6'da verilen kıyaslama ile rahat bir biçimde görülebilmektedir. Eksenler normalize edilmiş değerlerden oluşmaktadır.

Şekilden görüleceği üzere oluşturulan fonksiyon, 1-4'üncü modal frekanslar haricinde tüm parametrelerin tahmininde DOE noktaları üzerinde üstün başarıya sahiptir. Normalize edilmiş eksenin 1 değeri civarında modal frekansların tahmininde bu başarının düştüğü görülmektedir. Bunun nedenini daha iyi görebilmek üzere, fonksiyonların tahmin performansını değerlendirmenin bir diğer yolu olan hata analizi gerçekleştirilmiştir (Tablo 6).

Tablo 6'da R ile verilenler korelasyon olup -1 ile 1 arasında değer almaktadır, birimi yoktur. MSE, hata karelerinin ortalaması, RMSE, ise MSE'nin karekökü, MAE ise mutlak hatanın ortalamasıdır. RMSE, MAE değerlerinin sıfıra yakın olması istenir. R'nin birimi yoktur. RMSE incelenen veri ile aynı birimdeyken MAE ise yüzde birimindedir. Bu bilgiler ışığında Tablo 6'da verilen değerler incelendiğinde, determinant katsayısı olarak adlandırılan  $R^2$ değerlerinin pozitif 1'e yakın olması, fonksiyonun tahmin ettiği değerler ile DOE noktaları arasında kuvvetli bir ilişkinin olduğunu teyit etmektedir. RMSE değerlerini sıfıra yakın olması da tahmindeki ortalama hata değerlerinin azlığını göstermektedir. Ancak modal frekansların ilk dört âdeti yapının kısıtı olmayan serbestlik derecelerini uyarmış

Tablo 6. Cevap fonksiyonunun performans kriterleri

	$R^2$	RMSE	MAPE
		(birim)	(%)
Nutasyon (°)	0.985	1.976	1.163
Kinetik enerji (j)	0.995	6.90	6.657
Hacim (mm <sup>3</sup> )	0.999	3.40	3.116
Toplam deformasyon (mm)	0.99	2.37	9.699
Kütle (kg)	0.999	2.713	3.116
Atalet momenti (kg.m <sup>2</sup> )	0.999	0.338	3.432
Gerilme (Pa)	1	2.35	5.95
Yorulma ömür (çevrim)	1	1.90	2.48
Yorulma EK	1	0.22	2.43
Hesaplama süresi (s)	1	7.67	5.56
Statik EK	1	0.14	2.38
Moment (kgm <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	1	1.2	8.17
Frekans. mod 1 (hz)	1	0	8.22
Frekans. mod 2 (hz)	0.97	0	215.51
Frekans. mod 3 (hz)	1	0	6.04
Frekans. mod 4 (hz)	0.99	0	114.43
Frekans. mod 5 (hz)	0.99	0	51.65
Frekans. mod 6 (hz)	1	269.92	5.22
Frekans. mod 7 (hz)	1	302.19	5.03
Frekans. mod 8 (hz)	1	358.44	4.5
Frekans. mod 9 (hz)	1	365.29	4.02

olduğundan dolayı 1 ile 0 arasında sıfıra çok yakın değere sahiptir. 1-0 arasındaki değerler çok küçük olduğu için tahminde çok ufak bile olsa herhangi bir sapma, yüzde olarak hata miktarını artırmaktadır. Bu durum beklenmedik bir sonuç değildir.

Cevap fonksiyonu sayesinde elde edilen eğriler Şekil 7-11'de verilmiştir. Parametreler, serideki mutlak değerce maksimum olan değere bölünmek suretiyle normalize edilmişlerdir. Böylece bütün parametreler aynı grafik üzerinde takip edilebilmektedir. Parametrelerin mil uzunluğu ile ilişkisi Şekil 7'de verilmişken, mil çapı ile olan ilişkisi Şekil 8'de, volan dönüş hızı ile ilişkisi Şekil 9'da, volan başlangıç dönüş hızı ile ilişkisi Şekil 10'da ve disk kalınlığı ile ilişkisi Şekil 11'de verilmiştir. Bu ilişkiler cevap fonksiyonu kullanılarak elde edilmiş olup, birbirlerine bağlı oldukları için bir bütün halinde değerlendirilmelidir.

Şekil 7'den mil uzunluğu artarken yorulma ömrü ve emniyet katsayısının düştüğü görülmektedir. Bu durum şaşırtıcı değildir, zira artan uzunluk yapıda daha fazla moment oluşturmakta bu da daha fazla gerilmeye neden olmaktadır. Artan gerilme ise yapının yorulma dayanımını azaltmaktadır. Aynı davranış statik emniyet katsayısındaki değişimde de görülmüştür. Moment eğrisi ile ağırlık eğrisi beklendiği gibi aynı şekle sahiptir. Birinci ve ikinci modal frekanslar, artan mil uzunluğu ile daha da azalmıştır. Diğer frekanslar ise birbirleri ile aynı desende fakat farklı değerlerde ve değişken bir davranışa sahiptir. Bunun nedeni yapının rijitliğindeki değişimdir.



Şekil 6. Oluşturulan cevap fonksiyonunun yaptığı tahminler ile hesaplanan noktalardan elde edilen değerlerin kıyaslanması



Şekil 7. (a) Parametrelerin mil uzunluğu ile ilişkisi (b) devam



Şekil 8. (a) Parametrelerin mil uzunluğu ile ilişkisi (b) (devam)

Şekil 8'den mil yarıçapı artarken yorulma ömrü ve emniyet katsayısının düştüğü görülmektedir. Bu durum şaşırtıcı değildir zira artan uzunluk, artan kütle nedeni ile yapıda daha fazla moment oluşturmakta bu da daha fazla gerilmeye neden olmaktadır. Artan gerilme ise yapının yorulma dayanımını azaltmaktadır. Aynı davranış statik emniyet katsayısındaki değişimde de görülmüştür. Moment eğrisi ile ağırlık eğrisi beklendiği gibi aynı şekle sahiptir. Birinci, üçüncü ve dördüncü modal frekanslar, artan mil yarıçapı ile daha da artmıştır. Diğer frekanslar ise birbirleri ile aynı desende ve artan bir davranışa sahiptir. Bunun nedeni artan mil yarıçapı, kütle artmasına ve yapının rijitliğindeki artmaya sebep olmaktadır. Modal frekansların harmonik bir değişime sahip olduğu görülememekte ancak hissedilmektedir. Çünkü eğri tepeleri bir bütün halinde görülememekte, kısmen görülmektedir.



Şekil 9. (a) Parametrelerin mil uzunluğu ile ilişkisi (b) (devam)

Artan dönüş hızının, gerilmeyi, momentumu, enerjiyi ve deformasyonu artırdığı Şekil 9'dan görülmektedir. Bu nedenle yorulma ömrü, yorulma emniyet katsayısı, statik emniyet katsayısı, gerilme değerleri azalmaktadır. Modal frekanslar birbirleri ile farklı olmakla birlikte, harmonik bir değişime sahiptirler. Bir başlangıç şartı olarak dönüş hızının, yapının mekanik cevabı üzerindeki etkilerini görebilmek için Şekil 10'da verilen inceleme de yapılmıştır.



Şekil 10. (a) Parametrelerin mil uzunluğu ile ilişkisi (b) (devam)



Şekil 11. (a) Parametrelerin mil uzunluğu ile ilişkisi (b) (devam)

Başlangıç hızının büyük olması, gerilmeyi artırmakta iç enerji, yorulma ömrü, yorulma emniyet katsayısı, statik emniyet katsayısını azaltmaktadır. Momenti ise azaltmıştır. Modal frekanslardaki değişim ise hem harmonik bir desene hem de artma değişimine sahiptir.

Şekil 11'de volan kalınlığının artmasıyla, enerjinin azaldığı, diğer tüm parametrelerin arttığı görülmektedir. Modal frekanslar ise birbirleri ile farklı ancak harmonik bir değişime sahiptir. Çözüm süresinin kalıklık hariç tüm parametrelerde, artan değerler ile birlikte azaldığı sadece artan kalınlık ile sürenin de arttığı görülmüştür. Artan kalınlık meshleme esnasında daha fazla eleman oluşmasnına yol açmaktadır. Bu da sonlu eleman metodunun doğarı gereği hesaplanacak denklem ve değişken sayısını artırmaktadır.

Parametreler, serideki maksimum değere bölünmek suretiyle normalize edilmişlerdir. Böylece bütün parametreler aynı grafik üzerinde takip edilebilmektedir. Her bir şekil elde edilirken parametrelerin normalizasyonunda kullanılan maksimum değerleri Tablo 7'de verilmiştir.

**Tablo 7.** Parametreleri normalize ederken kullanılanmaksimum değerler

	Şekil 07	Şekil 08	Şekil 09	Şekil 10	Şekil 11
Nütasyon ( <i>φ</i> )	37.57	136.06	358.20	-61.73	119.34
Enerji (J)	533.80	-591.37	317.13	-824.96	-968.77
Kütle (kg)	50.63	21.71	23.19	21.71	30.36
Toplam deformasy on (mm)	147.68	245.74	501.12	124.38	162.66
Kütle (kg)	50.63	21.71	23.19	21.71	30.36
Momentu m (kgm²/s) Atalet	0.00	0.00	2623.04	0.00	0.00
momenti (kgm <sup>2</sup> )	6.68	2.50	2.62	2.23	3.97
Gerilme (MPa)	261.79	-163.21	223.74	151.74	183.64
Yorulma ömrü (çevrim)	1426768.7 8	1408333.6 0	1408333.6 0	1408333.6 0	1552723.
Yorulma E.K.	10.79	19.83	12.65	16.21	13.71
Çözüm süresi (sn)	220.18	211.20	211.20	211.20	544.42
Statik E.K	20.13	20.72	20.10	19.89	19.91
Hacim (mm <sup>3</sup> )	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
Mod 1(Hz)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Mod 2(Hz)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Mod 3(Hz)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Mod 4(Hz)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Mod 5(Hz)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Mod 6(Hz)	5044.19	18926.13	1358.66	585.40	1619.23
Mod 7(Hz)	6393.96	22935.14	3247.06	2254.89	2988.69
Mod 8(Hz)	6691.35	16350.01	-2361.42	4861.54	6050.19
Mod 9(Hz)	7507.75	19868.92	-2555.40	5660.64	11681.98
Ağırlık (N)	496.68	213.00	227.53	213.00	297.85
Moment (kgm <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	0.50	0.21	0.23	0.21	0.30

#### 5.4 Optimum değerler

Tablo 8'de optimizasyon sonrasında elde edilen optimum parametreler gösterilmektedir. Bununla birlikte önerilen bu değerlerin imal edilebilir olabilmesi hem maliyet hem de üretim hız açısından önemlidir.Bu nedenle değerler, yuvarlanarak imal edilmesi, temin edilmesi daha kolay standart boyutlara getirilmiştir. Bu değerlerin simülasyonda tekrar kullanılması ile yapılan doğrulamalar Tablo 8'de verilmiştir.

Tablo 8. Optimizasyon sonunda elde edilen parameti
--

1 2		1
Giriş değişkenleri	Optimum	İmâl edilebilir
Mil uzunluğu <i>R</i> (mm)	30.98	30.00
Disk yarıçapı (mm)	264.84	265.00
Disk kalınlık (mm)	12.23	12
Mil yarıçapı (mm)	30.98	30.00
Açısal hız. $\Omega$ (rad/s)	396.72	400.00
Çıkış değişkenleri		
Enerji (J)	56659.23	58400
Nütasyon (°)	0.43	0.41
Kütle (kg)	21.89	21.45
Hacim (mm <sup>3</sup> )	2788315.333	2732243.131
Toplam deformasyon (mm)	36.90	35.38
Momentum $ L $ (kgm <sup>2</sup> /s)	289.80	292
Kütlesel atalet momenti (kgm2)	0.72	0.73
Gerilme (MPa)	102.78	106.46
Yorulma ömrü (Çevrim)	124568	1088475
Yorulma E.K.	1.596	1.786
Statik E.K.	5.112	5.605
Hacim (m <sup>3</sup> )	0.00278	0.00273
Mod 1 (Hz)	0	0
Mod 2 (Hz)	0	0
Mod 3 (Hz)	0	0
Mod 4 (Hz)	0	0
Mod 5 (Hz)	0	0.002
Mod 6 (Hz)	236.88	546.564
Mod 7 (Hz)	238.12	522.626
Mod 8 (Hz)	346.76	1116.749
Mod 9 (Hz)	362.69	1975.187
Ağırlık (N)	514.76	2210.35
Moment $\sum  M _{y}$ (Nm)	6.65	6.31
Hesaplama süresi (sn)	115.00	87.38

Optimum değerler uygulandığında elde edilecek CMG'nin geometrisi Şekil 12'de verilmiş ve bu geometri kullanılarak yapılan çözüm neticesinde elde edilen gerilme ve deformasyon sonuçları ise Şekil 13'te verilmiştir.



Şekil 22. Optimum CMG'nin şekli

Gerilme dağılımının beklendiği gibi polar doğrultuda bir şekle sahip olduğu görülmektedir. Oluşan gerilme akma sınırının çok altında olmasına rağmen, yorulma açısında da en az 1.2 kat emniyeti sağlayabilmek üzere 45.572 MPa değerindedir, Bu gerilme değeri statik olarak 5.605 kat emniyetli ise de yorulma hali için 1.786 kat emniyet sağlayabilmektedir. Gerilmenin maksimum değerinin mil ile disk bağlantısında oluştuğu görülmektedir.



Şekil 33. Gerilme dağılımı

Şekil 14'te tasarlanan sistemin modal frekanslarında tahrik edilmeleri halinde alacakları deformasyon şekilleri verilmiştir. Mod 5, diskte çapsal biçim değişmesine yol açarken, mod 9 ise eksenel yönde deformasyon yapacağını göstermektedir.





Tablo 9.	Optimum	CMG'nin	serbest	sönümlü	titreșim
frekansları					

Modlan	Fre	kans (Hz)
Woular	Başlangıçta	Optimum
1	0.0001	0.0001
2	0.00018	0.0002
3	0.00019	0.0002
4	0.0002	0.0003
5	0.0025	0.0025
6	128.759	546.564
7	389.426	522.626
8	565.105	1116.749
9	789.056	1975.187
10	1010.45	2210.350

#### 5.5 Tartışma

Bu çalışmada dinamik analiz yoluyla jiroskopik torkun hesaplanması sağlanmıştır. Jiroskopik tork, mekanik sistemlerde dönen cisimlere, dönme eksenleri haricindeki eksenlerden birinden verilen yalpalama hızı sayesinde oluşan bir momenttir. Mekanik modelleme esnasında yükün yanı sıra sınır şartları da bu simülasyonlarda tork elde edilebilmesi için çok önemlidir. Bu çalışmada diskin rotora ve rotorun zemine mekanik bağlantısını oluşturan serbestlik dereceleri ve kısıtlar açıkça verilmiştir. Dinamik simülasyonlar, rijit veya esnek olmak üzere gerçekleştirilmektedir. Rijit cisim esaslı analizlerde sadece yatak ve bağlantılardaki yük, yer değiştirme, hız ve ivme bilgileri elde edilebilirken esnek cisim esaslı analizlerde ise ilave olarak gerilme, şekil değiştirme, enerji gibi yapısal sonuçlar da elde edilebilmektedir. Simülasyonlar sonlu eleman yöntemi esaslı analizlerdir.

Sonuçta bir mekanik jiroskopta kullanılmak üzere tasarlanan disk biçimli volanın optimum boyutları tespit edilmiştir. Tasarım esnasında optimizasyon yöntemi kullanılmış olup, dönme hızı, nutasyon, kinetik enerji, toplam ver değiştirme, kütle, momentum, kütlesel atalet momenti, yorulma, gerilme, titreșim ve moment değerlendirilmiştir. Simülasyonlardan elde edilen sonuçlar analitik hesaplama ile doğrulanmıştır. Başlangıçta disk kalınlığı 10 mm, yarıçapı 100 mm, rotor çapı 20 mm, uzunluğu 115 mm iken optimum rotor uzunluğu 30mm, rotor yarıçapı 30 mm olup disk yarıçapın 265 mm, kalınlığı 12 mm ve işletme hızı 400 rad/s olmaktadır. Başlangıçtaki değerlere kıyasla optimum olarak hesaplanan değerlerin arttığı görülmekle birlikte, bu değerlerin bu çalışmadaki optimizasvona girilen farklı amaclara hizmet eden değerler olduğu da gözden ırak tutulmamalıdır. Nihayetinde enerji sarfiyatının en az olması, torkun en fazla olması, yapının yorulma yüklemelerine karşı 1.786 kat emniyetli olması, işletme hızına ulaşıncaya kadar diskin rezonansa girmeyeceği garantilenmiştir. Optimizasyon sonunda doğal frekanslarda artma gözlemlenmiştir. Xiu'nun ifade ettiği gibi bu da optimize edilmiş çerçevenin dinamik özelliklerinin büyük ölçüde iyileştirildiğini göstermektedir [25]. Yapısal analizler diskte oluşan gerilmelerin en fazla 45.572 MPa

olduğu ve bu hali ile de izin verilen sınır altında kaldığını göstermiştir. Bu hali ile disk üzerindeki gerilme dağılımı izin verilen sınırların altındadır [25-27].

Parametrelerin birbirleri ile ilişkisine bakıldığında rotor uzunluğu artınca esneklik artmış ve sonuçta da jiroskopik moment arttırmıştır. Bu sonuç Heydari ve Khorram tarafında da sunulmaktadır [28]. Ancak beraberinde serbest titreşim frekansı düşmektedir. Bu tespit Zhang vd. tarafından da ifade edilmiştir [12]. Bu beklenen bir sonuçtur zira uzunluk artmasıyla birlikte yapının gerek eksenel gerekse de dönmeye karşı yapısal direngenliği azaltmaktadır [29].

CMG tasarımlarının yüksek hassasiyetli simülasyonu karmaşık elektromekanik cihazın hızlı ve yüksek kalitede geliştirilmesine olanak tanımaktadır. Aynı zamanda optimum çalışma özellikleri elde edilebilmektedir. Tüm bu yönler, cihaz üretiminin temelini oluşturmaktadır [30].

Üzerinde 5 kg yük bulunan ve 17.5 kg kütlesindeki iki tekerlekli bir bisikletin otonom sürüşünü sağlayabilmek için dengeleme amaçlı olarak kullanılacak bir CMG'nin 30Nm'lik tork gereksinimine sahip olacağı dinamik simülasyon neticesinde bildirilmiştir [31]. 20.5 kg kütleli bir bisiklet tekerleğini dengelemek için 9.25 Nm reaktif jiroskopik tork gerekeceği analitik formüllerle hesaplanmıştır [26]. Mevcut çalışma ile elde edilen optimum volanın, bir CMG şasisine montaj edilerek mekanik dengeleme sağlamak üzere yapısal parça olarak kullanımı konusunda gelecek çalışma konusu potansiyeline sahiptir.

#### 6 Sonuçlar

Esnek cisim dinamik simülasyonu ve optimizasyon yöntemleri kullanılarak bir CMG'nin mekanik tasarımı yapılmıştır. Ağırlık torkunu dengeleme esasına göre çalışan, tek volanlı mekanik jiroskopun hareketine ilişkin yapısal esnek dinamik cevaplar, klasik (Newtonian) mekaniği esaslı incelenmiştir. Parametrelerin birbirleri ile olan ilişkileri cevap fonksiyonu sayesinde elde edilmiştir. Elde edilen temel çıkarımlar aşağıda sıralanmıştır.

- Cevap fonksiyonu ve Pearson matrisi sayesinde, jiroskopik torkunun oluşumunda, volan yarıçapının, kinetik enerjinin, kütlenin, momentumum, kütlesel atalet momentinin ve gerilmenin doğru orantılı olduğu bununla birlikte modal frekansların ise ters orantılı olduğu görülmüştür.
- Optimum volan mil uzunluğunun 30mm, mil yarıçapının 30 mm, volan yarıçapının 265 mm, volan kalınlığının 12 mm ve işletme hızının ise ω=400 (rad/s) olacağı tespit edilmiştir. Bu boyutlar ile φ'nin ve enerji sarfiyatının en az olması, torkun en fazla olması, yapının yorulma yüklemelerine karşı 1.786 kat emniyetli olması, böylece bir milyon çevrim sayısının üzerinde ömre sahip olması sağlanmıştır.
- Optimum CMG'nin doğal frekansları, başlangıçtaki değerleri ile kıyaslandığında daha üst değerlere kaydığı, sıfırdan farklı ilk frekansın bile ω=400 (rad/s) frekansından daha büyük olduğu görülmüştür.

 Gerilmenin en fazla mil, disk bağlantısında oluştuğu görülmüştür. Bağlantının keskin köşesinde yuvarlatma yapılarak gerilmenin azaltılması mümkündür. Uygun yuvarlatma yarıçapının tespiti ise bu çalışmanın müteakibinde yapılması planlanan bir başka çalışmadır.

# Teşekkür

Bu çalışmanın inceleme ve değerlendirme aşamasında yapmış oldukları değerli katkılardan dolayı emeği geçenlere içten teşekkür ederiz.

# Çıkar çatışması

Yazarlar herhangi bir çıkar çatışması olmadığını beyan eder.

#### Benzerlik oranı (iThenticate): %3

# Kaynaklar

- [1] F.A. Leve, B.J. Hamilton, and M.A. Peck, Spacecraft momentum control systems, Springer, Cham, Springer-Verlag GmbH, Heidelberg, 2015.
- [2] L. Arena, F. Piergentili, and F. Santoni, Design, manufacturing, and ground testing of a control-moment gyro for agile microsatellites. Journal of Aerospace Engineering, 30(5), 2017. https://doi.org/10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0000754.
- [3] J. Gagne, et al., Gyrolock: Stabilizing the heart with control moment gyroscope (cmg)—from concept to first in vivo assessments. IEEE Transactions on Robotics, 28(4): p. 942-954, 2012. https://doi.org/10.1109/TRO.2012.2188162.
- [4] B. Thornton, et al., Zero-g class underwater robots: Unrestricted attitude control using control moment gyros. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 32(3): p. 565-583, 2007. https://doi.org/10.1109/JOE.2007.899274.
- [5] Y. Zhu, et al., Adaptive control of a gyroscopically stabilized pendulum and its application to a singlewheel pendulum robot. Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on, 20: p. 2095-2106, 2015. https://doi.org/10.1109/TMECH.2014.2363090.
- [6] D.R. Taur and J.S. Chern, Rolleron dynamics in missile applications, in 718-733. p. 718-733, 1999.
- T. Xiu, et al., Structural engineering analysis for a control moment gyroscope framework. Journal of Physics: Conference Series, 2021 International Conference on Mechanical Engineering, Intelligent Manufacturing and Automation Technology (MEMAT 2021), Gulin, 1939(012119), 2021. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1939/1/012119.
- [8] S. Zheng, et al., Power consumption reduction for magnetic bearing systems during torque output of control moment gyros. IEEE Transactions on Power Electronics, 32(7): p. 5752-5759, 2017. https://doi.org/10.1109/TPEL.2016.2608660.
- [9] J. Fang, S. Zheng, and B. Han, Amb vibration control for structural resonance of double-gimbal control

moment gyro with high-speed magnetically suspended rotor. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 18(1): p. 32-43, 2013. https://doi.org/10.1109/TMECH.2011.2161877.

- [10] B. Han, et al., Design, modeling, fabrication, and test of a large-scale single-gimbal magnetically suspended control moment gyro. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 62(12): p. 7424-7435, 2015. https://doi.org/10.1109/TIE.2015.2459052.
- [11] F. Liu, et al., The optimization design with minimum power for variable speed control moment gyroscopes with integrated power and attitude control. Aerospace Science and Technology, 88: p. 287-297, 2019. https://doi.org/10.1016/j.ast.2019.03.028.
- [12] Y. Zhang, J. Tang, and X. Xu, Modal analysis and multidisciplinary optimization of disk-shaped rotor in mscmg. International Journal of Mechanical Sciences, 226: p. 107387, 2022. https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2022.107387.
- S. Pan, et al., Coupled dynamic modeling and analysis of the single gimbal control moment gyroscope driven by ultrasonic motor. IEEE Access, 8: p. 146233-146247, 2020. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3012694.
- [14] İ. Kacar, M.A. Eroğlu, and M.K. Yalçın, Design and development of an autonomous bicycle. Nigde Omer Halisdemir University Journal of Engineering Sciences, 10(1): p. 364-372, 2021. https://doi.org/10.28948/ngumuh.628580.
- [15] Ansys, Theory manual version 9.0. ANSYS Inc.: Canonsburg, PA, USA., 2004.
- [16] E. Bulut, et al., A new approach for battery thermal management system design based on grey relational analysis and latin hypercube sampling. Case Studies in Thermal Engineering, 28: p. 101452, 2021. https://doi.org/10.1016/j.csite.2021.101452.
- [17] D. Clifford, et al., Pragmatic soil survey design using flexible latin hypercube sampling. Computers & Geosciences, 67: p. 62-68, 2014. https://doi.org/10.1016/j.cageo.2014.03.005.
- [18] J. Roshanian and M. Ebrahimi, Latin hypercube sampling applied to reliability-based multidisciplinary design optimization of a launch vehicle. Aerospace Science and Technology, 28(1): p. 297-304, 2013. https://doi.org/10.1016/j.ast.2012.11.010.
- [19] M. Mieczkowski, P. Furmański, and P. Łapka, Optimization of a microchannel heat sink using entropy minimization and genetic aggregation algorithm. Applied Thermal Engineering, 191: p. 116840, 2021. https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2021.116840.
- [20] S. Wang, et al., Optimization investigation on configuration parameters of spiral-wound heat exchanger using genetic aggregation response surface and multi-objective genetic algorithm. Applied

Thermal Engineering, 119: p. 603-609, 2017. https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2017.03.100.

- [21] K. Bot, A. Ruano, and M.G. Ruano, Forecasting electricity demand in households using moga-designed artificial neural networks. IFAC-PapersOnLine, 53(2): p. 8225-8230, 2020. https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020.12.1985.
- [22] L. Kumar, K. Kumar, and D. Chhabra, Experimental investigations of electrical discharge micro-drilling for mg-alloy and multi-response optimization using mogaann. CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology, 38: p. 774-786, 2022. https://doi.org/10.1016/j.cirpj.2022.06.014.
- [23] S. Selvakumar and R. Ravikumar, A novel approach for optimization to verify rsm model by using multiobjective genetic algorithm (moga). Materials Today: Proceedings, 5(5, Part 2): p. 11386-11394, 2018. https://doi.org/10.1016/j.matpr.2018.02.106.
- [24] C. Korkmaz and İ. Kacar, Hesaplamalı akışkanlar dinamiği simülasyonları için optimum ağ elemanı yapısının belirlenmesi, in Tarımsal mekanizasyon ve enerji üzerine güncel araştırmalar, O.G. Deniz Yılmaz, Önder Uysal, Mehmet Emin Gökduman, Ahmet Süslü, Editor. Akademisyen Yayinevi: Ankara, p. 109-125, 2021.
- [25] T. Xiu, et al., Structural engineering analysis for a control moment gyroscope framework. Journal of Physics: Conference Series, 1939: p. 012119, 2021. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1939/1/012119.
- [26] A. Ahmed, et al., Design and analysis of gyro wheel for stabilization of a bicycle. International Journal for Scientific Research & Development, 4(04): p. 349-351, 2016.
- [27] Z. He, et al. Multi-physics coupling and thermal network analysis of mscmg. in 2022 China Automation Congress (CAC), pp. 4544-4548, 2022.
- [28] H. Heydari and A. Khorram, Effects of location and aspect ratio of a flexible disk on natural frequencies and critical speeds of a rotating shaft-disk system. International Journal of Mechanical Sciences, 152: p. 596-612, 2019. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2019. 01.022.
- [29] H. Goldstein, Classical mechanics, Addison-Wesley Publishing Company, 1980.
- [30] T. Kostyuchenko and N. Indygasheva, Computer-aided design system for control moment gyroscope. MATEC Web Conf., 158: p. 01021, 2018.
- [31] İ. Kacar, M.A. Eroğlu, and M.K. Yalçın, Design and development of an autonomous bicycle. Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, 10(1): p. 364-372, 2021. https://doi.org/10.28948/ngumuh.628580.

